PART2　円順列・じゅず順列

2　立方体の各面を塗り分ける。次のような塗り分け方は何通りあるか。ただし，隣り合った面は異なるように塗り，立方体を回転させて一致するものは同じ塗り方とする。

(1)　赤，青を含む 6 色をすべて使い，赤の向かい側の面が青になるように塗る。

(2)　異なる 6 色をすべて使って塗り分ける

(3)　異なる 5 色をすべて使って塗り分ける

Point Pickup

回転すると一致するものを同じものとみなす順列の総数は，

異なる n 個のものの円順列の総数　$\dfrac{n!}{n}=(n-1)!$

じゅず順列の総数　$\dfrac{(n-1)!}{2}$

の求め方，およびその考え方を用いて，重複するものを除く。

第２講　PART2　確認問題

1 正三角錐の各面を異なる４色すべてを使って塗り分ける方法は何通りあるか。ただし，側面は正三角形ではなく，正三角錐を回転させて一致する塗り方は同じとみなす。

［ア］通り

正三角柱の各面を，次のように塗り分ける方法は何通りあるか。ただし，隣り合った面は異なるように塗り，正三角柱を回転させて一致する塗り方は同じとみなす。

2 異なる５色すべてを使って塗り分ける方法

［イウ］通り

3 異なる４色すべてを使って塗り分ける方法

［エ］通り

PART2　円順列・じゅず順列

2　立方体の各面を塗り分ける。次のような塗り分け方は何通りあるか。ただし，隣り合った面は異なるように塗り，立方体を回転させて一致するものは同じ塗り方とする。

(1)　赤，青を含む６色をすべて使い，赤の向かい側の面が青になるように塗る。

(2)　異なる６色をすべて使って塗り分ける

(3)　異なる５色をすべて使って塗り分ける

(1)　ある面を赤で塗り，それを上面とすると，下面は青である。

側面の塗り方は，異なる４個の円順列であるから，求める塗り方は

$(4-1)!=3!=6$（通り）

(2)　ある色で塗った面を上面とする。

このとき，その対面である下面を塗る色の選び方は５通り。

このそれぞれに対して，側面の塗り方は，異なる４個の円順列で

$(4-1)!=3!=6$（通り）

よって，求める塗り方は　$5\times6=30$（通り）

(3)　異なる５色をすべて使って６面を塗るので，２つの面が同じ色となる。

また，隣り合った面は異なるように塗ることから，同じ色はある面とその対面に塗ることとなる。

同じ色を塗る面を上面と下面とすると，この２面を塗る色の選び方が５通り。

このとき，側面の塗り方は，異なる４個の円順列において，上下をひっくり返すと一致するものが２つずつあることから

$$\frac{(4-1)!}{2}=\frac{3!}{2}=3\text{（通り）}$$

よって，求める塗り方は　$5\times3=15$（通り）

第 2 講　PART2　確認問題 解答

1　**[正解]** ア：8

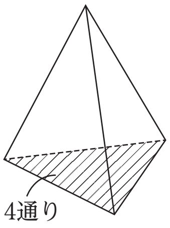
[解説]

底面の正三角形の塗り方は [A]

　　4 通り

このそれぞれに対して，側面の塗り方は，異なる 3 色の円順列で

　　$(3-1)!=2!=2$（通り）[B]



よって，求める塗り方は　$4\times2=8$（通り）

[A]　正 n 角錐は，底面を固定し，側面の塗り方を「円順列」で考える。

[B]　異なる n 個のものの円順列の総数
$\frac{n!}{n}=(n-1)!$

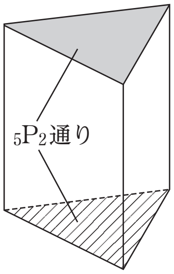
2　**[正解]** イウ：20

[解説]

2 つの正三角形の面を上面と下面とする。

上面と下面の塗り方は [C]

　　${}_5P_2=5\cdot4=20$（通り）

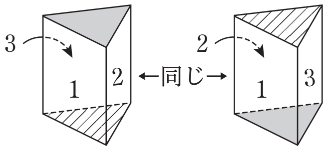


このそれぞれに対して，側面の塗り方は，異なる 3 個の円順列において，上下をひっくり返すと一致するものが 2 つずつあるから

$$\frac{(3-1)!}{2}=\frac{2!}{2}=1\text{（通り）}$$ [D]

よって，求める塗り方は

　　$20\times1=20$（通り）



[C]　正 n 角柱は，上面・下面を固定し，側面の塗り方を「じゅず順列」で考える。

[D]　異なる n 個のもののじゅず順列の総数
$\frac{(n-1)!}{2}$

3 **[正解]** エ：4

[解説]

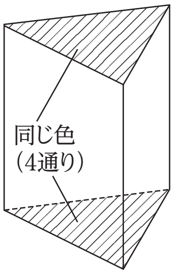
2 つの正三角形の面を上面と下面とする。

異なる 4 色すべてを使って 5 面を塗るので，2 つの面が同じ色となる。

また，隣り合った面は異なるように塗ることから，同じ色は上面と下面に塗ることとなる。

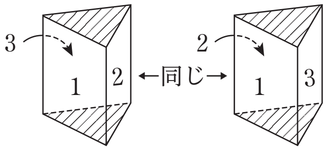
この 2 面の塗り方は

4 通り



このそれぞれに対して，側面の塗り方は，異なる 3 個の円順列において，上下をひっくり返すと一致するものが 2 つずつあるから

$$\frac{(3-1)!}{2}=\frac{2!}{2}=1\text{（通り）}$$ [D]

よって，求める塗り方は

$4\times1=4$（通り）